Exercice 19.3
Cycle d'un gaz parfait

Un gaz parfait occupe à la température T_A et sous la pression p_A , le volume V_A (état A).

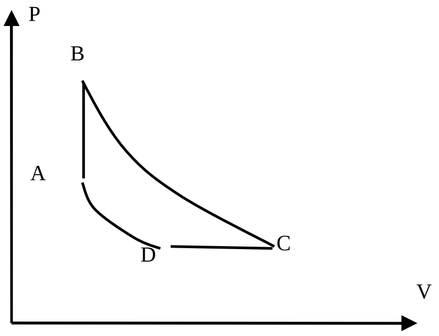
On lui fait subir une succession de transformations réversibles :

- Un échauffement à volume constant jusqu'à la pression $2P_A$ (état B).
- Une détente isotherme jusqu'au volume $4V_A$ (état C).
- Un refroidissement à pression constante jusqu'à la température T_A (état D).
- Une compression isotherme qui le ramène à l'état A.

a) Tracer le cycle des transformations dans un diagramme de Clapeyron.

b) Calculer pour chaque branche du cycle les travaux et les transferts thermiques reçus par le gaz, ainsi que les variations d'énergie interne. On exprimera les résultats en fonction des seules variables P_A et V_A.

Corrigé exercice 19.3 : cycle d'un gaz parfait



La transformation AB est isochore donc $W_{AB} = 0$ il vient $Q_{BA} = \Delta U_{AB} = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_B - T_A\right)$

Or $nRT_A = P_AV_A$ et $nRT_B = 2P_AV_A$ donc $\boxed{Q_{AB} = \frac{P_AV_A}{\gamma - 1} = \frac{5}{2}P_AV_A}$

La transformation BC est isotherme donc $\Delta U_{BC} = 0 = W_{BC} + Q_{BC}$, par conséquent

$$\boxed{W_{BC} = -Q_{BC} = -nRT_B \ln\left(\frac{4V_A}{V_A}\right) = -2P_AV_A \ln 4}$$

La transformation CD est isobare donc $Q_{CD} = \Delta H_{CD} = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}\left(T_A - T_C\right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\left(P_AV_A - P_CV_C\right)$

Or $V_c = 4V_A$ et $T_C = T_B = 2T_A$ donc $Q_{CD} = -\frac{\gamma}{\gamma - 1}P_AV_A = -7/2(P_AV_A)$

Or $W_{CD} = -P_C\left(V_D - V_C\right) = -\frac{P_A}{2}\left(2V_A\right) - 4V_A) = P_AV_A$

Donc $\Delta U_{CD} = -\frac{5P_AV_A}{2}$

La transformation DA est isotherme donc $W_{DA} = -Q_{DA} = p_AV_A \ln 2$